

Национално състезание “Европейско Кенгуру”

20 март 2025 г.

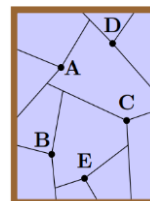
ТЕМА за 9-12 клас

След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Годината 2025 е точен квадрат, тъй като $2025 = 45^2$. Колко години ще изминат до следващата година, която е точен квадрат?

- A) 25 B) 91 C) 121 D) 500 E) 2025

2. Един невъзпитан ученик хвърля пет неголеми камъка a, b, c, d и e един след друг, които попадат върху прозорец съответно в точките A, B, C, D и E , както е показано на фигурата. Когато камък удари стъклото, създава в него малки линейни пукнатини, които спират в предишна пукнатина или в граница на прозореца. В какъв ред са хвърлени камъните?



- A) $dacbe$ B) $abcde$ C) $bdace$ D) $bcdae$ E) $dcabe$

3. Страна и височината към нея в един триъгълник са сравнени със страна и височината към нея във втори триъгълник. Дължината на страната във втория триъгълник е увеличена с 50% в сравнение със страната в първия триъгълник, а височината във втория триъгълник е намалена с една трета в сравнение с височината в първия триъгълник. Какво е отношението между лицето на втория триъгълник и лицето на първия?

- A) 2:1 B) 1:1 C) 1:2 D) 1:3 E) 1:4

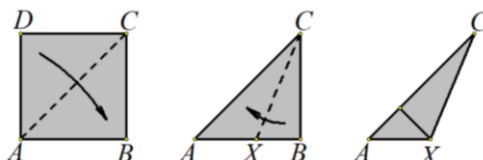
4. Денят на кенгуруто се провежда всяка година в третия четвъртък на месец март. Коя дата е най-ранният възможен ден за деня на кенгуруто?

- A) 14 март B) 15 март C) 20 март D) 21 март E) 22 март

5. Любимите шоколадови блокчета на Силвия се продавали в пакети, съдържащи по пет блокчета. Сега тези пакети съдържат по четири блокчета, но се продават на същата цена. С колко процента се е увеличила цената на едно шоколадово блокче?

- A) 10% B) 20% C) 25% D) 30% E) 50%

6. Алекс изрязал квадрат от лист хартия, сгънал го наполовина по един от диагоналите и получил триъгълник. След това той сгънал триъгълника, така че една от късите му страни да лежи върху най-дългата страна. По този начин Алекс получил по-малък триъгълник $AХС$, както е показано на чертежа. Колко е градусната мярка на $\angle AХС$?



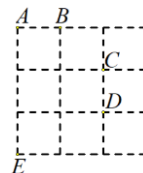
- A) 108° B) $112,5^\circ$ C) 120° D) 145° E) $157,5^\circ$

7. Любо има няколко кучета, няколко заека и няколко котки. Осем от домашните му любимци не са кучета, пет не са зайци и седем от домашните му любимци не са котки. Колко домашни любимци има Любо?

- A) 10 B) 11 C) 15 D) 16 E) 20

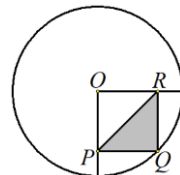
8. Петте точки A , B , C , D и E са взети от показаната квадратна мрежа. Коя от тях трябва да се избере, за да бъдат различни разстоянията между всеки две от останалите четири?

- A) A B) B C) C D) D E) E

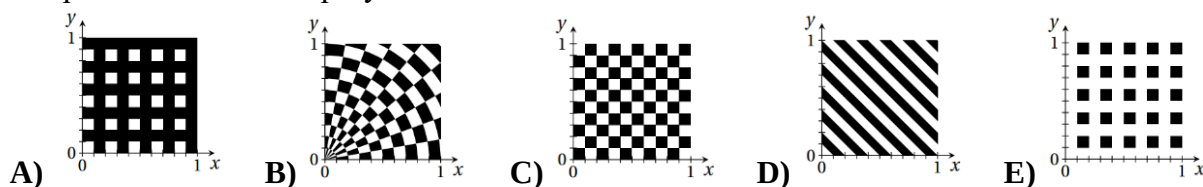


9. Дадена е окръжност с център O и радиус 10 cm . Вътре в кръга е разположен квадрат $OPQR$, върхът Q на който е точка от окръжността. Намерете лицето на затъмнения триъгълник PQR ?

- A) $12,5\text{ cm}^2$ B) 25 cm^2 C) 50 cm^2 D) 75 cm^2 E) 100 cm^2



10. В правоъгълна координатна система Oxy разглеждаме равнинна област D , определена с неравенствата $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Точките $(x; y)$ от D , за които първата цифра след десетичната запетая на всяка от координатите x и y е нечетна, са оцветени в черно. Как изглежда резултатът?



11. Един спортист има колекция от два златни и пет сребърни медала. В някакъв ред те са номерирани с числата от 1 до 7. Картината показва шест черно-бели снимки на по три от медалите. Известно е, че на всяка снимка точно един от медалите е златен. Какъв е сборът от номерата на двата златни медала?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10



E) 11

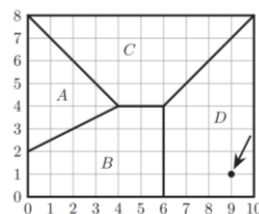
12. Ани разглежда снимка на смартфона си. Форматът на снимката е $16:9$ и запълва целия дисплей. Когато тя завърти смартфона, снимката става по-малка, но запазва пропорцията на размерите. Каква част от площта на дисплея е заета от по-малката снимка?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{27}{64}$ D) $\frac{32}{81}$ E) $\frac{81}{256}$



13. На чертежа е показана схема в правоъгълна координатна система на малък град, разделен на райони A , B , C и D , във всеки от които има по едно училище. Училищата са равноотдалечени от общите граници на районите A , B , C и D . Ако координатите на училището в район D са $(9;1)$, да се намерят координатите на училището в район A .

- A) $(0;4)$ B) $(1;4)$ C) $(1;5)$ D) $(1;6)$ E) $(2;4)$

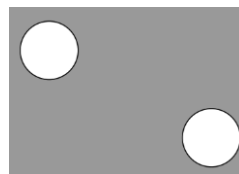


14. На чертежа са показани четвърт кръг POQ с радиус r и триъгълник POR . Двете затъмнени области имат еднакви лица. Да се намери дължината на OR .

- A) $\frac{\pi r}{2}$ B) $\frac{3r}{2}$ C) πr D) $\frac{2}{\pi}$ E) $\frac{\pi}{2r}$



15. Павел стреля общо 27 пъти по двете мишени, показани на фигурата. 50% от изстрелите, насочени към лявата мишена, са точни, а от изстрелите, насочени към дясната мишена, точните са 80%. Павел пропуска общо 9 пъти. Колко пъти е улучил лявата мишена?

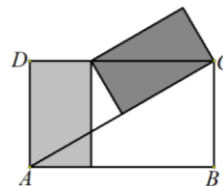


- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. В чантата си Силвия има 18 топки за голф, които са номерирани с числата от 1 до 18. Какъв е най-малкият брой топки, които Силвия трябва да извади от чантата си, за да е сигурно, че е извадила три топки с прости числа върху тях?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

17. Двата затъмнени правоъгълника на чертежа са еднакви и имат лице 4. Да се намери лицето на големия правоъгълник $ABCD$?

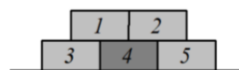


- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) $8\sqrt{3}$

18. Произведението на три прости числа е 11 пъти по-голямо от сбора им. Намерете възможно най-голямата стойност на сбора на числата.

- A) 14 B) 17 C) 21 D) 25 E) 26

19. Купчина от пет тухли е поставена на земята, както е показано на фигурата. Една тухла може да се премахне от купчината само ако върху нея няма други тухли. Пламен избира по случаен начин една от тухлите и я премахва. След това избира по случаен начин друга тухла и я премахва. Продължава, докато бъдат премахнати всички тухли от купчината. Каква е вероятността третата премахната тухла да е тази с номер 4?



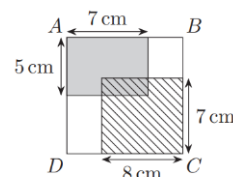
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

20. Когато баба започнала да плете вълнени чорапи, тя имала огромно кълбо прежда с диаметър 30 cm. След като изплела 70 чорапа, кълбото станало с диаметър 15 cm. Още колко чорапи може да изплете баба с останалата прежда?



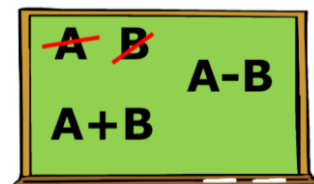
- A) 70 B) 50 C) 30 D) 20 E) 10

21. Квадрат $ABCD$ съдържа два правоъгълника, единият от които е сив, а другият – заштрихован. Размерите на правоъгълниците са показани на чертежа. Лицето на застъпващата се част на двата правоъгълника е 18 cm^2 . Да се намери периметърът на $ABCD$.



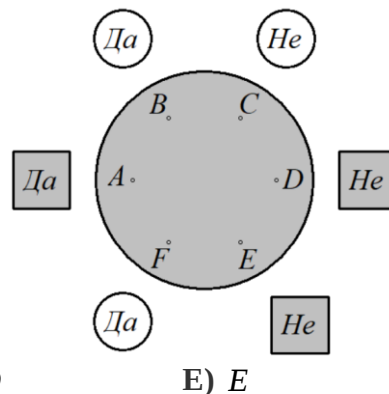
- A) 28 cm B) 34 cm C) 36 cm D) 38 cm E) 40 cm

22. Ученик записва две числа на дъската и за един ход изтрива числата и на тяхно място записва сумата и положителната им разлика. Той продължава по същия начин. Ако ученикът започне с числата 3 и 5 и извърши последователно 50 хода, с кои две числа ще завърши?



- A) 3^{25} и 5^{25} B) 3^{50} и 5^{50} C) $2 \cdot 3^{25}$ и $2 \cdot 5^{25}$
D) $3 \cdot 2^{25}$ и $5 \cdot 2^{25}$ E) нито един от предишните отговори

23. Група от трима квадратни жители на Марс и група от трима кръгли жители на Юпитер седят около маса, както е показано на фигурата. Един от шестимата държи ключа за тяхната междупланетна совалка. Всички членове на едната група винаги казват истината, а всички членове на другата група винаги лъжат. На всеки от шестимата е зададен въпросът „Седи ли до теб човек, който държи ключа?“ Техните отговори са показани на фигурата. Кой държи ключа?



- A) A B) B C) C D) D

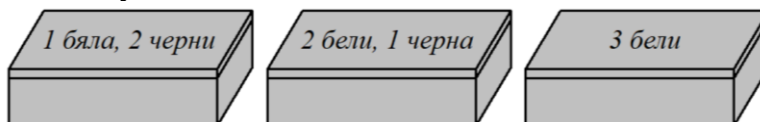
E) E

24. Числовата редица $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}$ е такава, че всеки член, започвайки от третия, е равен на средното аритметично на всички предишни. Ако $a_1 = 8$ и $a_{10} = 26$, да се намери стойността на a_2 .

- A) 28 B) 32 C) 38 D) 44 E) 50

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгурото задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Три кутии съдържат по три топки и надписите върху капаците показват съдържанието на всяка от тях. Капаците се пренареждат така, че нито един от тях вече не показва правилно съдържанието. По произволен начин Мишо изважда една топка от някоя кутия, отбелязва цвета ѝ и, без да я връща обратно, изважда следваща топка. Какъв е най-малкият брой топки, които Мишо трябва да извади, за да определи съдържанието на всяка кутия?



26. Страните AB и CD на изпъкналия четириъгълник $ABCD$ са разделени на по три равни части с точките E, F, P и Q , както е показано на чертежа. Диагоналите на $AEPD$ и $FBCQ$ се пресичат съответно в точките M и N . Лицата на триъгълниците AMD , EMP и FNQ са съответно равни на 154, 112 и 99. Да се намери лицето на $\triangle BCN$.

